

**А.С. Кондратьев,
П.П. Швыдько**

Физико-математическая модель и метод расчета гидротранспортирования твердых монодисперсных частиц

В статье сформулирована физико-математическая модель и разработана методика расчета параметров гидротранспортирования (удельных потерь напора, средней скорости, распределения скоростей и объемной доли твердой фазы в поперечном сечении потока) монодисперсных твердых частиц в жидкости. Результаты расчетов сопоставлены с опубликованными опытными данными.

Ключевые слова: частицы; потери напора; скорость; объемная доля твердой фазы.

Расчет основных параметров гидротранспортирования полидисперсных смесей твердых материалов в горизонтальных трубах в рамках общей физико-математической модели процесса их движения в горизонтальном трубопроводе рассматривался в работе [1]. Сформулируем основные положения физико-математической модели движения монодисперсных твердых частиц сферической формы в горизонтальном трубопроводе. В соответствии с опытными данными [6], положим, что объемная доля частиц твердой фазы постоянна для каждого горизонтального сечения. Представим движение частиц в потоке жидкости в виде суперпозиции горизонтальных плоских слоев, параллельном оси трубы, и плоского слоя в вертикальной диаметральной плоскости [3]. Из рассмотрения движения плоского слоя в вертикальной диаметральной плоскости определяется распределение объемной доли твердой фазы и профиль скорости в вертикальном диаметральном сечении. Из условия вертикальной симметрии потока следует, что эти скорости будут максимальными для каждого горизонтального сечения. Далее определяются профили и разности скоростей жидкой и твердой фаз в горизонтальных слоях плоских течений, что позволяет определить расход жидкой и твердой фаз в горизонтальных сечениях и общий объемный расход. Дальнейший анализ проведем в предположении, что твердые частицы не создают на нижней образующей стенке трубы неподвижный или движущийся слой твердых частиц, механически контактирующих с поверхностью трубы. То есть рассматривается так называемый критический (гетерогенный) режим гидротранспортирования, при котором образование такого слоя не происходит и устанавливаются режимы течения с более высокими гидродинамическими параметрами, при которых распределение твердой фазы стремится

к осесимметричному (гомогенному) распределению частиц твердой фазы относительно оси трубы.

При установившемся движении в горизонтальном трубопроводе в направлении течения на частицы действует сила, создаваемая градиентом давления F_{pi} , которая равна силе гидродинамического сопротивления F_{fr} . Эти силы определяются следующими выражениями

$$F_p = \left(\frac{\pi d^3}{6} \right) \left(-\frac{dp}{dx} \right); \quad F_{fr} = \left(\frac{\pi d^2}{8} \right) (U_{fj} - U_{pj})^2 f_j^2 \rho c_{fj}. \quad (1)$$

где $-\frac{dp}{dx}$ — градиент давления в направлении движения; d — диаметр частицы; U_{fj} — горизонтальная скорость жидкости в j -м слое; U_{pj} — горизонтальная скорость частицы в j -м слое; ρ — плотность жидкости;

$f_j = \left[1 - \pi \left(\frac{6\varphi_j}{\pi} \right)^{\frac{2}{3}} / 4 \right]^{\frac{1}{2}}$ — полуэмпирический коэффициент, учитывающий

стесненное движение жидкости в межчастичном пространстве в j -м слое; c_{fj} — коэффициент гидравлического сопротивления эквивалентной сферической частицы в j -м слое; j — номер слоя, отсчитываемый от нижней (верхней) образующей стенки трубы.

Предполагается, что монодисперсные частицы перемещаются в j -ом слое с одинаковой скоростью и столкновения между ними не происходят.

Уравнение, определяющее скорость движения частицы относительно жидкости, записывается в виде

$$F_p = F_{fr}. \quad (2)$$

Подставляя выражения (1) в (2) и, используя выражение для коэффициента гидравлического сопротивления по типу формулы Озеена $c_{fj} = \frac{24}{\text{Re}_j + A}$, получим выражение для разности скоростей движения жидкости и твердых частиц:

$$(U_{fj} - U_{pj}) f_j = \left[\frac{144v_{pj}^2}{(Ad)^2} + \frac{\left(\frac{16}{(3 \times A)} \right) dv_{\tau}^2}{D} \right]^{\frac{1}{2}} - \frac{12v_{pj}}{(Ad)}, \quad (3)$$

где $v_{\tau} = \left[\left(-\frac{dP}{dx} \right) D / 4 / \rho \right]^{\frac{1}{2}}$ — динамическая скорость, D — внутренний

диаметр трубы; $A = \left[\frac{53}{(32 + \text{Re}_j)} + 0,44 \right]$ — переменная величина, которая

определяется путем итераций в ходе вычислений; $\text{Re}_j = \frac{(U_{fj} - U_{pj}) f_j d}{v_{pj}}$ —

число Рейнольдса, определенное по $(U_{fj} - U_{pj}) f_j$ — фактической скорости

обтекания частиц жидкостью; $v_{pj} = v_f \left(\frac{1 - \varphi_j}{0,65} \right)^{-1,675}$ — кинематической вязко-

сти двухфазного потока; v_f — кинематическая вязкость несущей жидкости; φ_j — объемная доля твердой фазы в j -м слое.

При движении двухфазных смесей, особенно в случае гетерогенных режимов течения, из-за значительного изменения объемной доли твердой фазы в вертикальной плоскости динамическая ось потока смещается вверх по отношению к оси трубы. Поэтому в нижней, придонной области течения, характерным размером является величина расстояния от дна трубы до динамической оси потока h_d , а в верхней зоне течения величина h_u — расстояние от верхней образующей трубы до динамической оси потока. Причем $h_d + h_u = D$.

При гомогенном потоке $h_d = h_u = \frac{D}{2}$. Общее выражение для расчета профиля скорости в нижней области двухфазного потока, которое в случае монодисперсных частиц упрощается, принимает вид:

$$\frac{U_{fd}}{v_{\tau d}} = N_{\Delta} + \left\{ \sum_{\Delta}^{y_j} \left(\frac{1 - y_j}{h_d} \right) \left[1 - \varphi_j + \left(\frac{\rho_p}{\rho} + \frac{1}{2} \right) (k_{pj} f_j)^2 \varphi_j \right] \right\}^{\frac{1}{2}} 1^{-1} (\Delta y_j), \quad (4)$$

где $v_{\tau d}$ — динамическая скорость, определенная по величине h_d ; N_{Δ} — относительная скорость двухфазной среды на расстоянии толщины приповерхностной зоны течения; Δ — толщина приповерхностной зоны движения двухфазной среды; y_j — расстояние от поверхности нижней образующей трубы

до середины j -го слоя; $\frac{l_{fd}}{h_d} = 0,14 - 0,06 \left(\frac{1 - y_j}{h_d} \right)^2 - 0,06 \left(\frac{1 - y_j}{h_d} \right)^4$ — длина

пути смешения жидкости; k_{pj} — коэффициент, определяемый отношением квадрата пульсационной скорости частицы к усредненному квадрату пульсационной скорости жидкости [2] при характерной частоте, определяющей нестационарную скорость осаждения частиц под действием силы тяжести [4]; Δy_j — толщина j -го слоя.

Величина N_{Δ} определяется в виде зависимости:

$$N_{\Delta} = N_w + 8,5 \left(\frac{\Phi_{\Delta}}{\Phi_{\max}} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (5)$$

где $N_w = 11,6$ для гидравлически гладкой стенки трубы или 8,5 для предельно шероховатой поверхности трубы; Φ_{Δ} — объемная доля частиц на расстоянии Δ от стенки трубы; Φ_{\max} — максимальная объемная доля твердых частиц, соответствующая предельно шероховатой поверхности. Например, если частицы в приповерхностном слое расположены в виде простой кубической решетки, то $\Phi_{\max} = \frac{\pi}{6}$. Если же частицы имеют форму откалиброванных песчинок, напри-

мер, кубической формы, то $\Phi_{\max} = 1$. В формуле (5) второй член в правой части учитывает проскальзывание (скачок скорости) на «поверхности шероховатого квазитвердого тела», образованного движущимися придонными частицами [4]. Величина Δ при этом определяется как сумма толщин подслоев жидкости на гладкой или шероховатой поверхности стенки трубы и d , то есть $\Delta = \delta + \frac{d}{2}$.

Соотношение, подобное выражениям (4), (5), записывается и для области между динамической осью потока и верхней образующей поверхности стенки трубы.

Распределение объемной доли твердой фазы по вертикальному диаметальному сечению трубопровода определяется выражением:

$$\Phi_j = \Phi_{j-0,5} \exp \left[\left(\frac{V_{pdj-0,5}}{D_{pdj-0,5}} \right) (\Delta y_j) \right], \quad (6)$$

где Φ_j — объемная доля частиц твердой фазы на расстоянии верхней границы j -го слоя от нижней образующей трубы; $\Phi_{j-0,5}$ — объемная доля частиц твердой фазы на расстоянии середины j -го слоя от нижней образующей трубы; $V_{pdj-0,5}$ — скорость движения твердых частиц в середине j -го слоя в попереч-

ном направлении; $D_{pdj-0,5} = D_f \left[1 - \Phi_{j-0,5} + \left(\frac{\rho_p}{\rho} + \frac{1}{2} \right) (k_{pdj-0,5} f_j)^2 \Phi_{j-0,5} \right]$ — коэффициент турбулентной диффузии частиц в середине j -го слоя в поперечном

направлении; $D_{fj-0,5} = 0,3418 h_d v_{\tau d} \left(\frac{y_{j-0,5}}{h_d} \right) / \left[1 + 3,41 \left(\frac{y_{j-0,5}}{h_d} \right)^2 \right]$ — коэффи-

циент турбулентной диффузии жидкости в середине j -го слоя; $y_{j-0,5}$ — расстояние от нижней образующей трубы до середины j -го слоя.

Рассмотрим поперечное движение частиц в область $0 \leq y \leq h_d$. В этой области на твердые частицы действуют силы Магнуса, Сафмана и Архимеда, направленные вверх, силы тяжести, направленной вниз и знакопеременной силы турбофореза, которая направлена из области максимальных пульсаций скорости потока в область минимальных пульсаций скорости. Средняя скорость перемещения жидкости в поперечном направлении равна нулю, поскольку объемная доля в горизонтальном сечении считается постоянной. Уравнение, определяющее скорость вертикального перемещения твердых частиц в направлении от стенки, имеет вид:

$$F_{Mj} + F_{Sj} + F_A - F_{tj} - F_g = \left(\frac{\pi d^2}{8} \right) \rho V_{pj}^2 f_j^2 c_{fj}, \quad (7)$$

где: $F_{Mj} = \left(\frac{\pi d^3}{6} \right) \rho (U_{fj} - U_{pj}) f_j \left(\frac{d(U_{fj} f_{ij})}{dy} \right)$ — сила Магнуса;

$F_{Sj} = 1,615 d^2 (\rho \mu_j)^{\frac{1}{2}} (U_{fj} - U_{pj}) f_j \left(\frac{d(U_{fj} f_{ij})}{dy} \right)^{\frac{1}{2}}$ — сила Сафмана;

$F_{tj} = 0,5 \left(\frac{\pi d^3}{6} \right) \left(\frac{\rho_p + \rho}{2} \right) \left(\frac{dV_{pj}^{/2}}{dy} \right)$ — сила турбофореза;

$F_A = \left(\frac{\pi d^3}{6} \right) g \rho$ — сила Архимеда; $F_g = \left(\frac{\pi d^3}{6} \right) g \rho_p$ — сила веса частицы;

а $\frac{d(U_{fj} f_{ij})}{dy}$ — градиент скорости жидкости при стесненном обтекании твердых частиц; $V_{pj-0,5}^{/2}$ — усредненное значение квадрата пульсационной скорости твердой частицы в j -м слое в поперечном направлении, которое рассчитывается по формуле

$$V_{pj-0,5}^{/2} = k_{pj-0,5}^2 \left(\frac{D_{fj-0,5}}{l_{fdj-0,5}} \right)^2.$$

После подстановки выражений для сил веса, сил Архимеда, Магнуса, Сафмана, турбофореза и силы гидродинамического трения скорость перемещения твердых частиц V_{pdj} относительно жидкости в j -м слое принимает вид, подобный выражению (3):

$$\begin{aligned}
 V_{pdj} = & \left\{ \frac{144v_{pj}^2}{(Adf_j)^2} + \left[-4d(U_{fj} - U_{pj})f_j \left(\frac{d(U_{fj}f_j)}{dy} \right) \right] / 3 - \right. \\
 & - 12,92v_{pj}^{1/2}(U_{fj} - U_{pj})f_j \left(\frac{d(U_{fj}f_j)}{dy} \right)^{1/2} / \pi - 4dg \left(\frac{\rho_p}{\rho - 1} \right) / 3 + \\
 & \left. + 4 \left(\left(\frac{\rho_p + \rho}{2} \right) / \rho \right) dk_{pj}^2 D_{fdj} \frac{(D_{fdj}^1 1_{fj} - D_{fdj}^1 1'_{fj})}{(31_{fj}^3)} \right]^{1/2} - \frac{12v_{pj}^2}{(Adf_j)},
 \end{aligned} \quad (8)$$

где число Рейнольдса рассчитывается по величине V_{pdj} .

При рассмотрении движения двухфазного потока в области $h_d \leq y \leq D$ частично изменяется направление действия сил в вертикальном сечении. В частности, силы тяжести, силы Магнуса, Сафмана направлены вниз, сила Архимеда вверх, а сила турбофореза переменна по направлению.

Совокупность получаемых соотношений позволяет рассчитать распределение концентрации по высоте вертикального диаметального сечения трубы. Положение динамической оси потока определяется из условия, что максимальные значения скоростей, отсчитываемые от нижней U_d и верхней U_u образующих стенки трубы на динамической оси равны. Средняя скорость жидкости в каждом горизонтальном сечении, отсчитываемом от нижней образующей трубы, $U_{mj-0,5}$ определяется по формуле:

$$U_{mj-0,5} = U_{dj-0,5} - 2,5 \sin^{1/2} \left[1 - \left(\frac{1 - y_{j-0,5}}{R} \right) \right]^{1/2} v_{\tau d}, \quad (9)$$

где U_{dj} — максимальная скорость в середине j -горизонтального сечения вертикального диаметального сечения трубы, определяемая по формуле (4);

$R = \frac{D}{2}$ — радиус трубы; $y_{j-0,5}$ — расстояние от стенки трубы в вертикальном диаметральном сечении до середины j -го слоя.

Средняя скорость и средняя объемная доля твердых частиц в придонной зоне $0 \leq y \leq h_d$, отнесенных к полному поперечному сечению трубы, определяются выражениями:

$$\begin{aligned}
 U_{midd} = & \left(\frac{8}{\pi D^2} \right) \chi h_d \sum_{\Delta}^{h_d} \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{y_{j-0,5}}{h_d} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} [U_{mfj-0,5} - \\
 & - (U_{fj-0,5} - U_{pj-0,5}) \Phi_{j-0,5}] (\Delta y_j),
 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\varphi_{mid} = \left(\frac{8}{\pi D^2} \right) \chi h_d \sum_{\Delta}^{h_d} \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{y_{j-0,5}}{h_d} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} \varphi_{j-0,5}(\Delta y_j), \quad (11)$$

где $\chi = \left\{ \left[1 - \left(\frac{1 - y_j}{R} \right)^2 \right] / \left[m^2 - \left(\frac{m - y_j}{R} \right)^2 \right] \right\}^{1/2}$ — параметр, характеризующий

степень смещения динамической оси потока на интегральные характеристики потока, а $m = \frac{2h_d}{D}$ — коэффициент, учитывающий смещение динамической оси потока. При $m = 1 \chi = 1$.

Аналогичные зависимости записываются и для области $h_d \leq y \leq D$. Попарное сложение этих зависимостей для скоростей или объемных долей определяет среднее значение скорости и объемной доли твердой фазы в поперечном сечении трубопровода.

Порядок выполнения расчетов следующий. Вначале полагается, что $h_d = h_u = \frac{D}{2}$, и задаются значения объемной доли твердой фазы, например,

на оси трубы и градиента давления, позволяющие определить величину $v_{\text{сд}}$. В результате расчета определяются профили скорости и объемной доли твердой фазы в вертикальном диаметральном сечении трубы и их средние значения по поперечному сечению трубы. На основании данных по профилю скорости определяются величины скорости на оси трубы со стороны верхней и нижней образующих стенок трубы. Из условия равенства этих скоростей с заданной погрешностью задается предполагаемое положение динамической оси потока, то есть величины h_d и h_u . Используя эти значения h_d и h_u , расчет выполняется повторно с одновременной возможностью корректировки величины объемной доли твердой фазы на динамической оси потока.

Расчет основных параметров гидротранспортирования сопоставлялся с опубликованными экспериментальными данными, приведенными в работах [1; 7; 8].

В таблице 1 приведены интегральные характеристики основных параметров гидротранспортирования, в том числе φ_{mid} — средняя объемная доля частиц в поперечном сечении трубы, I — гидравлический уклон и U_{mid} — средняя скорость двухфазного потока, определенная по объемному расходу.

Из данных, приведенных в таблице 1, следует, что расчетные интегральные характеристики рассмотренных двухфазных потоков: φ_{mid} , I и U_{mid} достаточно удовлетворительно согласуются с опытными данными.

Таблица 1

**Сравнение опытных и расчетных интегральных характеристик
двухфазных потоков**

№	Источник опытных данных	d , МКМ	D , ММ	ρ_p , КГ/М ³	Эксперимент			Расчет		
					Φ_{mid}	I	U_{mid}^0 М/С	Φ_{mid}	I	U_{mid}^0 М/С
1	[7]	165	51,5	2650	0,189	0,35	4,17	0,187	0,35	4,16
2	[7]	165	51,5	2650	0,286	0,45	4,33	0,284	0,41	4,44
3	[8]	90	158,5	2655	0,32	0,054	3,00	0,319	0,059	3,11
4	[1]	90	102,7	2650	0,19	0,0876	3,00	0,189	0,0789	3,00
5	[1]	90	102,7	2650	0,198	0,0184	1,33	0,197	0,0184	1,36

Проанализируем уровень соответствия с опытными данными локальных характеристик потока. На рисунках 1 и 2 показаны приведенные в работе [7] экспериментальное распределение объемной доли твердой фазы в вертикальном диаметральной сечении трубопровода и соответствующие расчетные значения.

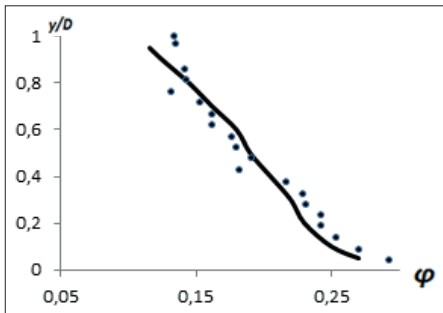


Рис. 1. Распределение ϕ

в вертикальной диаметральной плоскости:

• — опыт [7], — — расчет

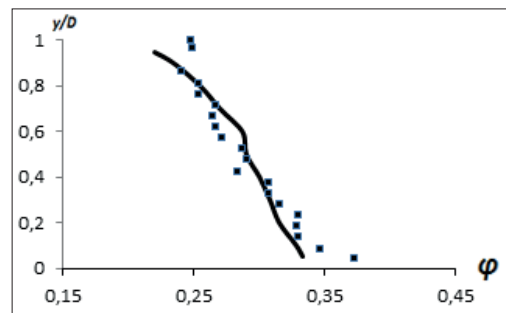


Рис. 2. Распределение ϕ

в вертикальной диаметральной плоскости:

■ — опыт [7], — — расчет

Можно констатировать, что изложенный метод лучше согласуется в приосевой области течения и вблизи нижней образующей стенки трубы и хуже — в верхней области течения. В целом расхождение между локальными опытными и расчетными данными составляет 10–15 %.

На рисунке 3 приведены опытные данные работы [8] и результаты расчета по изложенному методу. Видно, что расхождение между опытными и расчетными данными составляет менее 10 %. Как следует из распределения объемной доли твердой фазы в приповерхностных областях потока, симметричных относительно оси трубы, это различие составляет около 10 %, что свидетельствует о почти гомогенном состоянии двухфазного потока.

На рисунках 4 и 5 приведены опытные данные работы [1] по распределению объемной доли твердой фазы, которые сравниваются с расчетными значениями. Наиболее значительно опытные данные отличаются от расчетных значений в верхней части потока с погрешностью около 15 %.

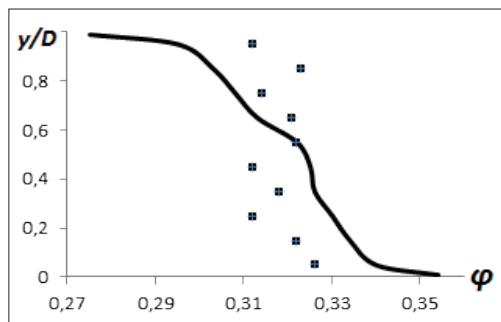


Рис. 3. Распределение φ в вертикальной диаметральной плоскости: \blacksquare — опыт [8], — — расчет

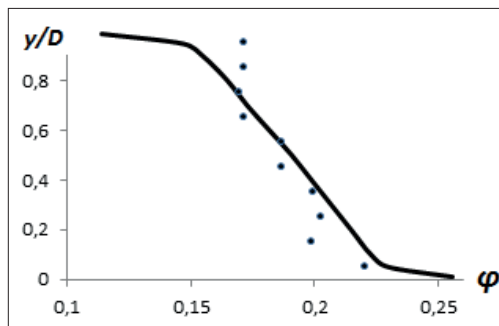


Рис. 4. Распределение φ в вертикальной диаметральной плоскости: \bullet — опыт [1], — — расчет

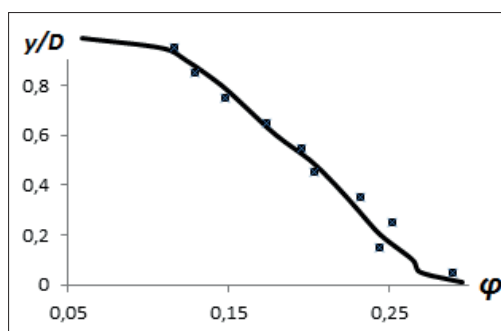


Рис. 5. Распределение φ в вертикальной диаметральной плоскости: \blacksquare — опыт [1], — — расчет

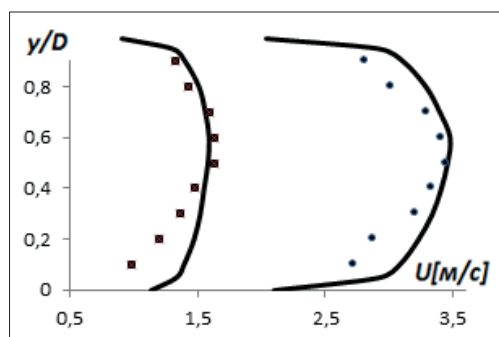


Рис. 6. Распределение скорости U в вертикальной диаметральной плоскости: \bullet — опыт [1], — — расчет

На рисунке 6 приведено распределение скоростей в вертикальном диаметральной сечении трубы для опытов работы [1], распределение объемной доли твердой фазы которых показано на рисунках 4 и 5. Наибольшее расхождение между расчетными и опытными локальными значениями профиля скорости имеет место в нижней придонной части потока. При средней скорости $U_{mid} = 3$ м/с (правая часть графика) уровень расхождения составляет около 15 %.

При средней скорости $U_{mid} = 1,33$ м/с, (левая часть рисунка 6) уровень расхождения достигает 45 %. Наиболее вероятной причиной такого большого различия между опытными и расчетными значениями является то, что средняя скорость движения смеси существенно меньше величины критической скорости перекачки. Величин критической скорости гидротранспортирования монодисперсных частиц, определенная по формулам, полученным в работах [10] и [3], равна $U_{cr} = 1,82$ м/с и $U_{cr} = 1,77$ м/с, соответственно. Поскольку величина $U_{mid} = 1,33$ м/с, значительно меньше критической скорости перекачки, это означает, что устанавливался гетерогенный режим движения двухфазной смеси с движущимся осадком, анализ движения которого выходит за пределы рассматриваемой в работе

модели. При средней скорости $U_{mid} = 3,00$ м/с (правая часть рисунка б) уровень расхождения не превышает 15 %.

Главными отличительными особенностями изложенного метода расчета является предположение о стационарности процесса перемещения частиц в продольном и поперечном направлениях, использовании известных эмпирических зависимостей (коэффициента гидравлического сопротивления сферы, коэффициента диффузии жидкости и т. п.) или других соотношений, определяемых из простых геометрических представлений (коэффициент стесненности потока в межчастичном пространстве) без привлечения каких-либо коррелирующих зависимостей по результатам сопоставления расчетных значений с экспериментальными данными по двухфазным потокам.

Литература

1. *Кондратьев А.С., Швыдько П.П.* Движение полидисперсной смеси твердых частиц в горизонтальной трубе: расчетная модель и сравнение с экспериментом // Сборник докладов XI Всерос. съезда по фундамент. пробл. теорет. и прикл. механ. Казань, 2015. С. 1921–1923.
2. *Кондратьев А.С.* Расчет течения в призматических трубах с использованием модели плоского течения // Теоретические основы химической технологии. 2009. Т. 43. № 4. С 459–465.
3. *Кондратьев А.С., Швыдько П.П.* Определение скорости движения гидросмесей в приповерхностной зоне течения // Проблемы аксиоматики в гидро-газодинамике: сб. ст. 2014. № 28. С. 344–353.
4. *Кондратьев А.С., Швыдько П.П.* Критическая скорость транспортирования монодисперсных минеральных гидросмесей // Изв. МГТУ «МАМИ». № 1 (23). Т. 4. 2015. С. 49–55.
5. *Фортъе А.* Механика суспензий. М.: Мир, 1971. 264 с.
6. *Gillies R.G., Shook C.A., Xu J.* Modeling Heterogeneous Slurry Flow at High Velocities // Can. J. Chem. Engin. 2004. V. 82 (5). P. 1060–1065.
7. *Norman J.T., Navak H.V., Bonnecaze R.T.* Migration of buoyant particles in low — Reynolds — number pressure — driven flow // J. Fluid Mechanics. 2005. V. 523. P. 1–28.
8. *Roco M.C., Shook C.A.* Modeling of Slurry Flow: The Effect of Particle Size // Can. J. Chem. Engin. 1983. V. 61 (4). P. 494–503.
9. *Shaan J., Summer R.J., Gillies R.G., Shook C.A.* The Effect of Particle Shape on Pipeline Friction for Newtonian Slurries of Fine Particles // Can. J. Chem. Engin. 2000. V. 78 (4). P. 717–725.
10. *Souza Pinto T.C., Moraes Junior D., Slatter P.T., Leal Filho L.S.* Modelling the critical velocity for heterogeneous flow of mineral slurries // Inter. Jour. Multiph. Flow. 2014. V. 65. P. 31–37.

Literatura

1. *Kondrat'ev A.S., Shvy'd'ko P.P.* Dvizhenie polidispersnoj smesi tverdy'x chasticz v gorizonta'noj trube: raschetnaya model' i sravnenie s e'ksperimentom // Sbornik dokladov XI Vseros. s'ezda po fund. probl. teoret. i prikl. mexan. Kazan', 2015. S. 1921–1923.

2. *Kondrat'ev A.S.* Raschet techeniya v prizmaticheskix trubax s ispol'zovaniem modeli ploskogo techeniya // Teoreticheskie osnovy' ximicheskoy texnologii. 2009. T. 43. № 4. S. 459–465.
3. *Kondrat'ev A.S., Shvy'd'ko P.P.* Opredelenie skorosti dvizheniya gidrosmesej v pripoverxnostnoj zone techeniya // Problemy' aksiomatiki v gidro-gazodinamike: sb. st. 2014. № 28. S. 344–353.
4. *Kondrat'ev A.S., Shvy'd'ko P.P.* Kriticheskaya skorost' transportirovaniya mono-dispersny'x mineral'ny'x gidrosmesej // Izv. MGTU «MAMI». № 1 (23). T. 4. 2015. S. 49–55.
5. *Fort'e A.* Mexanika suspenzij. M.: Mir, 1971. 264 s.
6. *Gillies R.G., Shook C.A., Xu J.* Modeling Heterogeneous Slurry Flow at High Velocities // Can. J. Chem. Engin. 2004. V. 82 (5). P. 1060–1065.
7. *Norman J.T., Navak H.V., Bonnecaze R.T.* Migration of buoyant particles in low — Reynolds — number pressure — driven flow // J. Fluid Mechanics. 2005. V. 523. P. 1–28.
8. *Roco M.C., Shook C.A.* Modeling of Slurry Flow: The Effect of Particle Size // Can. J. Chem. Engin. 1983. V. 61 (4). P. 494–503.
9. *Shaan J., Summer R.J., Gillies R.G., Shook C.A.* The Effect of Particle Shape on Pipeline Friction for Newtonian Slurries of Fine Particles // Can. J. Chem. Engin. 2000. V. 78 (4). P. 717–725.
10. *Souza Pinto T.C., Moraes Junior D., Slatter P.T., Leal Filho L.S.* Modelling the critical velocity for heterogeneous flow of mineral slurries // Inter. Jour. Multiph. Flow. 2014. V. 65. P. 31–37.

*A.S. Kondratiev,
P.P. Shvydko*

Physical and Mathematical Model and Method of Calculation of Hydrotransportation of Solid Monodisperse Particles

The authors in the article have formulated physical and mathematical model and have developed methods of calculation of hydrotransportation parameters (specific head loss, average speed, velocity distribution and the volume fraction of solid phase in the cross section of the flow) of monodisperse solid particles in the liquid. The calculation results have been compared with published experimental data.

Keywords: particles; head loss; speed; the volume fraction of solid phase.